

나형 응시자가 풀어야 하는 가형문제 ①

이항정리가
빈칸으로
나온다면?
을
대비할수
있다.

18. 다음은 부등식

$$\sum_{k=1}^n \{2k \times ({}_nC_k)^2\} \geq 10 \times {}_{2n}C_{n+1}$$

을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$(1+x)^{2n}$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는 (가)이다.

$(1+x)^n(1+x)^n$ 의 전개식에서 x^n 의 계수는

$$\sum_{k=0}^n ({}_nC_k \times {}_nC_{n-k}) = \sum_{k=0}^n ({}_nC_k)^2$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \{2k \times ({}_nC_k)^2\} \\ &= \sum_{k=1}^n \{k \times ({}_nC_k)^2\} + \sum_{k=1}^n \{k \times ({}_nC_{n-k})^2\} \\ &= \{({}_nC_1)^2 + 2 \times ({}_nC_2)^2 + \cdots + n \times ({}_nC_n)^2\} \\ & \quad + \{({}_nC_{n-1})^2 + 2 \times ({}_nC_{n-2})^2 + \cdots + n \times ({}_nC_0)^2\} \\ &= \text{(나)} \times \{({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + \cdots + ({}_nC_n)^2\} \\ &= \text{(나)} \times \text{(가)} \end{aligned}$$

이다.

따라서 부등식 $\sum_{k=1}^n \{2k \times ({}_nC_k)^2\} \geq 10 \times {}_{2n}C_{n+1}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은 (다)이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(3) + g(3) + p$ 의 값은? [4점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

나형 응시자가 풀어야 하는 가형문제②

같은것을
포함한
순열의
기본을
알아두자

26. 세 문자 A, B, C에서 중복을 허락하여 각각 홀수 개씩 모두 7개를 선택하여 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 모든 문자는 한 개 이상씩 선택한다.) [4점]

나형 응시자가 풀어야 하는 가형문제㉠

중복조합
에서도,
케이스
분류는
필수이다.

29. 사과, 배, 귤 세 종류의 과일이 각각 2개씩 있다. 이 6개의 과일 중 4개를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않고, 과일을 한 개도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]